

公共財を含む経済における費用配分均衡について

山 本 真 一

1 はじめに

本研究ノートでは、公共財を含む経済における資源配分を記述する均衡概念について、主としてコアと費用配分の観点から検討する。Lindahl (1919) (1958) は当該経済におけるパレート最適な資源配分を実現するための考え方を提示し(その均衡概念はリンダール均衡と呼ばれる。)、その後 Foley (1970) はリンダール均衡を定式化している。われわれは、リンダール均衡の性質をコアの視点から再検討する。Foley (1970) がリンダール均衡の性質を示すうえで想定する経済は、生産技術の観点から限定されたものであることを確認する。次いで、Mas-Colell and Silvestre (1989) が提示した線形費用配分均衡を検討する。線形費用配分均衡の性質をリンダール均衡との関係において把握することにより、彼らの示した結果は Foley (1970) による結果の拡張であることが明らかになる。さらに、彼らは線形費用配分均衡を精緻化した balanced な線形費用配分均衡を用いることにより、Foley (1970) において明示的には考慮されなかった利潤分配率を生産化する。このようにして内生化された利潤分配率の含意について、費用配分の観点から検討する。

2 リンダール均衡と費用配分均衡

この節では、公共財の生産費用を配分する均衡概念とその性質について検討する。

2.1 リンダール均衡とコア

第 1 は、Foley (1970) によって定式化されたリンダール均衡である。経済には、 n 種類の公共財と 1 種類の私的財がある。 m 人の個人が存在し、個人のインデックス集合を $M = \{1, \dots, m\}$ によって表す。公共財のベクトルを $y = (y_1, \dots, y_n)$ によって表す。また個人 i による私的財消費と私的財の初期保有をそれぞれ x_i, ω_i によって表す。 $u_i(y, x_i)$ は個人 i の効用関数を表す。生産集合を $Y \subset \mathbb{R}^{n+1}$ で表す¹⁾。配分はベクトル $(y, x) \in \mathbb{R}_+^n \times \mathbb{R}_+^m$ である²⁾。配分 $(y, x) = (y_1, \dots, y_n; x_1, \dots, x_m)$ が実行可能であるとは、 $(y, \sum_{i \in M} [x_i - \omega_i]) \in Y$ が満たされることである。公共財の価格ベクトルは個人ごとにつけられ、 (p_y^1, \dots, p_y^m) によって表す。私的財の価格は p_x である。これらの記号法のもとで、リンダール均衡は以下のように定義される。

定義 1 実行可能な配分 $(\bar{y}, \bar{x}) \in \mathbb{R}_+^n \times \mathbb{R}_+^m$ と価格システム $p = (p_y^1, \dots, p_y^m, p_x) \in \mathbb{R}_+^{m+1}$ が $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_m)$ におけるリンダール均衡であるとは、それが

$$\begin{aligned} & \left(\sum_{i \in M} p_y^i \cdot p_x \right) \cdot (\bar{y}, \sum_{i \in M} (\bar{x}_i - \omega_i)) \geq \\ & \left(\sum_{i \in M} p_y^i \cdot p_x \right) \cdot (y, z), \forall (y, z) \in Y, \\ & u_i(y, x_i) > u_i(\bar{y}, \bar{x}_i) \Rightarrow p_y^i \cdot y + p_x \cdot x_i > \\ & p_y^i \cdot \bar{y} + p_x \cdot \bar{x}_i = p_x \cdot \omega_i, \forall i \in M \end{aligned}$$

を満たすことである。

リンダール均衡の性質をみるために、次に Foley (1970) によって定義されたコア

概念を導入する。

定義 2 配分 $(\bar{y}, \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_m)$ がある提携 $S \subset M$ によってブロックされるとは、それが

$$\begin{aligned} & \exists (y, x_1, \dots, x_m) : \\ & u_i(y, x_i) > u_i(\bar{y}, \bar{x}_i), \forall i \in S, \\ & [y, \sum_{i \in S} (x_i - \omega_i)] \in Y \end{aligned} \quad (1)$$

を満たすことである。コアとは、任意の非空な提携によってブロックされない配分の集合である。

ここで注意すべきは(1)式である。この式は、ブロックの条件として、提携が公共財の生産技術に自由にアクセスできることを課す。したがって、公共財の生産技術はすべての個人により共同所有される³⁾。Foley(1970)は、次の定理によって、リンダール均衡がコアに属することを示す。

定理 1 生産集合が凸錐であるならば、リンダール均衡配分はコアに属する。

この定理において、生産集合が凸錐であるという条件が課されている。Kaneko(1976)が示しているように、生産集合が凸錐でなければ、リンダール均衡配分がコアに属することは一般的には成立しない。その理由は、公共財の生産により利潤が発生したときに、利潤分配の方法がリンダール均衡配分がコアに属するかどうかを左右するためである。したがって次の問題は、利潤分配を行ったときにリンダール均衡配分がコアに属するかどうかである。

2.2 線形の費用配分均衡とリンダールフォーリー均衡

そこで、Mas-Colell and Silvestre(1989)によって提示された費用配分均衡を紹介する。ここで、新たな記号法を導入する。 $C(y)$ は公共財の費用関数を表す。費用関数には $C(0)=0$, すなわち固定費用が

ゼロであることが仮定される。

定義 3 費用配分システム (cost share system) とは、以下の条件を満たす m 個の関数の集まり $g_i: \mathbb{R}_+^n \rightarrow \mathbb{R}$, $i \in M$ である。

$$g_i(0)=0, \sum_{i \in M} g_i(y) = C(y), \forall y \in \mathbb{R}_+^n$$

費用配分均衡(cost share equilibrium)とは、以下の条件を満たす実行可能な配分 (\bar{y}, \bar{x}) と費用配分システム $g=(g_1, \dots, g_m)$ である。

$$\bar{x}_i = \omega_i - g_i(\bar{y}), \forall i \in M \quad (2)$$

$$\begin{aligned} u_i(\bar{y}, \bar{x}_i) & \geq u_i(y, \omega_i - g_i(y)), \\ \forall y \in \mathbb{R}_+^n, \forall i \in M \end{aligned} \quad (3)$$

Mas-Colell and Silvestre(1989)は、費用配分均衡の性質について次の定理を示す。

定理 2 費用配分均衡から生じる任意の配分はコアに属する。

そうすると、費用配分均衡とリンダール均衡との関係が次の問題になる。そこで、Mas-Colell and Silvestre(1989)は線形の費用配分システムを定義し、そのもとで費用配分均衡を定義する。

定義 4 費用配分システム $g=(g_1, \dots, g_m)$ が線形であるとは、それが以下の条件を満たすことである。

$$\begin{aligned} g_i(y) & = a_i \cdot y + b_i C(y), \quad b_i \geq 0, \forall i \in M, \\ \sum_{i \in M} b_i & = 1, \sum_{i \in M} a_i = 0. \end{aligned}$$

線形の費用配分均衡(linear cost share equilibrium)とは、線形の費用配分システムのもとで(2),(3)を満たす実行可能な配分 (\bar{y}, \bar{x}) と線形の費用配分システム $g=(g_1, \dots, g_m)$ である。

線形の費用配分システムの解釈については、Mas-Colell and Silvestre(1989)にお

いて以下のように説明されている。パラメーター b_i は直接の費用配分パラメーターである一方で、 a_i は公共財の消費量に基づいて決まる副次的な補償の性質をもつ。つまり、後者は再分配的な役割を持ったパラメーターとして位置づけられる。

他方、リンダール均衡においては利潤配分が考慮されなかったため、Mas-Colell and Silvestre(1989)は利潤分配を明示的に組み込んだ形でリンダール均衡を再定式化する。それが次のリンダールフォークリー均衡である。個人 i への利潤分配率を $\theta_i \geq 0$ で表す。ただし、 $\sum_{i \in M} \theta_i = 1$ である。

定義 5 実行可能な配分 (\bar{y}, \bar{x}) が公共財の価格システム $p = (p^1, \dots, p^m) \in \mathbb{R}^{nm}$ と利潤分配率 $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_m)$ に関するリンダールフォークリー均衡であるとは、 $q \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i \in M} p^i$ とすると、それが次の条件 (i), (ii) を満たすことである⁴⁾。

- (i) \bar{y} は利潤 $q \cdot y - C(y)$ を最大化する。
- (ii) 任意の $i \in M$ について、組 (\bar{y}, \bar{x}_i) は次の問題の解である。

$$\max_{\substack{(y, x_i) \in \mathbb{R}^{n+1} \\ x_i \leq \omega_i + \theta_i(q \cdot \bar{y} - C(\bar{y}))}} u_i(y, x_i) \text{ subject to } p^i \cdot y +$$

Mas-Colell and Silvestre(1989)は、次の定理によって、線形の費用配分均衡とリンダールフォークリー均衡とを関係づける。

定理 3 (\bar{y}, \bar{x}, p) が (θ, p) に関するリンダールフォークリー均衡であるならば、 (\bar{y}, \bar{x}) は以下の条件を満たすパラメーター $(a_i, b_i)_{i \in M}$ に関する線形費用配分均衡から生じる配分である。

$$b_i = \theta_i, \forall i \in M$$

$$a_i = p^i - \theta_i \left(\sum_{j \in M} p^j \right), \forall i \in M.$$

定理 2 と定理 3 を組み合わせることによ

り、以下の結果が得られる。

系 1 リンダールフォークリー均衡によって生じる任意の配分はコアに属する。

系 1 より、どのような利潤分配率の組を選んでも、リンダールフォークリー均衡はコアに属することが分かる。

2.3 balanced な線形費用配分均衡と利潤分配率の内生化

線形の費用配分均衡においては、未知数の数が均衡を定義づける方程式の数を $(m-1)$ 個だけ超過する。それゆえモデルが閉じない。その場合、 $b_i, i \in M$ を外生的に決めることができる。その代わりに、Mas-Colell and Silvestre(1989)は b_i を内生化するために、線形費用配分均衡を精緻化する形で次の均衡概念を定義する。

定義 6 線形の費用配分均衡 $(\bar{y}, [\bar{x}_i, a_i, b_i]_{i \in M})$ が *balanced* であるとは、それが以下の条件を満たすことである。

$$a_i \cdot \bar{y} = 0, \forall i \in M. \quad (4)$$

この定義における (4) 式は、各個人からの再分配上の純移転がゼロになることを意味する。この式が導入されることにより、モデルは閉じる。それゆえ $b_i, i \in M$ が内生的に決定される。Mas-Colell and Silvestre(1989)は *balanced* な線形費用配分均衡とリンダールフォークリー均衡を関係づけることにより、利潤分配率 θ_i を内生化する。それが次の定理である。

定理 4 C が凸かつ微分可能であるとする。そのとき、 (\bar{y}, \bar{x}) が *balanced* な線形費用配分均衡から生じる配分であるための必要十分条件は、ある $p \in \mathbb{R}^{nm}$ が存在して、 (\bar{y}, \bar{x}) が以下の条件を満たす (θ, p) に関するリンダールフォークリー均衡となることである。

$$\theta_i = \frac{p^i \cdot \bar{y}}{q \cdot \bar{y}}, \forall i \in M. \quad (5)$$

(5)式より、リンダール・フォーリー均衡において、利潤が公共財の支出額 $p^i \cdot \bar{y}$ に比例して分配される⁵⁾。つまり、各個人への利潤の分け前は当該個人の公共財に対する限界評価を反映して決定される⁶⁾。

3 研究課題

前節では、公共財を含む経済における資源配分を記述するリンダール均衡と公共財の費用配分をモデル化した費用配分均衡について、それらの性質をみてきた。Foley (1970)によって定式化されたリンダール均衡がコア配分を達成することを示す際、利潤分配の問題を回避するために生産集合が凸錐であることが仮定された。それに対して、Mas-Colell and Silvestre (1989)によって提示された費用配分均衡は、より一般的な生産技術を含む経済においてコア配分を達成する。さらに彼らは、利潤分配を含むようにリンダール均衡を拡張する概念としてリンダール・フォーリー均衡を提示し、その均衡を balanced な線形費用配分均衡と関係づけることにより、利潤分配率を内生化する。その結果、(5)式で示されるように、公共財の支出額に比例して、すなわち公共財に対する限界評価を反映して利潤が分配される。

これらの結果から、以下の研究課題が導かれる。まず、リンダール・フォーリー均衡においては、公共財の生産への要素投入(とりわけ固定的要素の投入)が明示的には考慮されることなく利潤分配が決定される。すなわち、Mas-Colell and Silvestre (1989)は、需要サイドから利潤分配を説明するアプローチをとる。それに対して、所得分配に対する標準的アプローチは、利潤を含め、所得分配が投入要素の生産への貢献度に応じて決定されるという考え方をとる⁷⁾。すなわち、生産サイドから所得分配

を説明するアプローチである。したがって、公共財の生産を含む経済において、後者のアプローチをとる所得分配モデルの構築について検討することが第1の課題である。

第2が、公共財の生産技術へのアクセサビリティ(accessibility)に関する課題である。Mas-Colell and Silvestre (1989)は、非交換的な投入要素(nontraded input)に対する報酬が利潤として分配されるので、当該投入要素は集合的に所有されるものとして考えるべきであると主張する⁸⁾。もしそれが正しければ、すべての個人が非交換的な投入要素(または生産技術)に利用したい水準だけアクセスできる⁹⁾。この非交換的な投入要素へのフリー・アクセスについて、その妥当性を検討することが第2の課題である。特に、ブロックの定義において、もし個人が非交換的な投入要素に自由にアクセスできないならば、当該要素にアクセスできる範囲をどのように制限するかもその課題に含まれる。

第3に、公共財の費用配分を記述する均衡概念についても再検討の余地がある。Moulin (1987)は、公共財の生産技術が公的に所有されることの規範的帰結として費用単調性(cost monotonicity)の公理を提示する。この公理は、公共財の生産関数の改善による果実はすべての個人によって享受されることを意味する。Moulin (1987)は、balanced な費用配分均衡がこの公理を必ずしも満たすとは限らないことを、反例により示している¹⁰⁾。それゆえ、この公理を満たす費用配分を記述する代替的な均衡概念の可能性についても検討する必要がある。

注

1) \mathbf{R}^l は l 次元ベクトルの集合である。

2) \mathbf{R}_+^l は l 次元非負ベクトルの集合である。

3) 1人の個人のみからなる提携にこの議論を適用すれば、任意の個人が公共財の生産技術を利用できることになる。

4) 記号 “ $\stackrel{\text{def}}{=}$ ” は、左辺が右辺によって定義さ

れることを意味する。

5) Mas-Colell and Silvestre(1989), 248.

6) リンダールーフォーリー均衡の定義より、 \bar{y} は効用最大化問題

$$\max_{y \in \mathbb{R}_+^n} u_i(y, \omega_i + \theta_i(q \cdot \bar{y} - C(\bar{y})) - p^i \cdot y)$$

の解である。第 i 個人にとっての第 j 公共財の私的財に関する限界代替率を $m_j^i(y, x_i)$ とすれば、その 1 階条件より、

$$(m_1^i(\bar{y}, \bar{x}_i), \dots, m_n^i(\bar{y}, \bar{x}_i)) = p^i$$

が得られる。

7) この考え方は所得の機能的分配と呼ばれる(岸本(1998), 118-120。)

8) Mas-Colell and Silvestre(1989), 前掲。

9) 定義 2 におけるブロック(コア)の定義でみたように、すべての個人が公共財の生産技術に対して自由にアクセスできることが想定される。

10) Moulin(1987) は 1 種類の公共財を含む経済を想定し、Kaneko(1977) によって提示された ratio 均衡が費用単調性公理を満たさない例を示している。なお 1 公共財のケースでは、balanced な線形費用配分均衡は ratio 均衡に一致する(Mas-Colell and Silvestre(1989), 前掲。)

参考文献

- D. K. Foley (1970), "Lindahl's Solution and the Core of an Economy with Public Goods," *Econometrica*, 38, 66-72.
- M. Kaneko (1976), "Examples that Lindahl Equilibria may not belong to the core," unpublished.
- M. Kaneko (1977), "The Ratio Equilibrium and a Voting Game in a Public Goods Economy," *Journal of Economic Theory*, 16, 123-136.
- 岸本哲也(1998)『公共経済学(新版)』有斐閣。
- E. Lindahl, "Positive Lösung," *Die Gerechtigkeit der Besteuerung*, Lund, 1919, Part I, Chapter 4, 85-98 (English translation in Musgrave and Peacock(1958)).
- A. Mas-Colell and J. Silvestre(1989), "Cost Share Equilibria: a Lindahlian Approach," *Journal of Economic Theory*, 47, 239-256.
- H. Moulin (1987), "Egalitarian-Equivalent Cost Sharing of a Public Good," *Econometrica*, 55, 963-976.
- R. A. Musgrave and A. T. Peacock eds. (1958), *Classics in the Theory of Public Finance*, Macmillan Co., London.